RESEARCH PAPER

Nr. 7, 2003

Prisoptimering i logitmodellen under homogen og heterogen forbrugeradfærd

af

Jørgen Kai Olsen

INSTITUT FOR AFSÆTNINGSØKONOMI
COPENHAGEN BUSINESS SCHOOL

SOLBJERG PLADS 3, DK-2000 FREDERIKSBERG
TEL: +45 38 15 21 00 FAX NO: +45 38 15 21 01

Prisoptimering i logitmodellen under homogen og heterogen forbrugeradfærd

Jørgen Kai Olsen

Institut for Afsætningsøkonomi

Handelshøjskolen i København

2003

Indholdsfortegnelse

1. Indledning

I den afsætningsøkonomiske teori er to af de vigtigste interessevariable (eller responsvariable) virksomhedens afsætning af et givet mærke og virksomhedens markedsandel for mærket. Endvidere er en af de vigtigste styringsvariable (eller handlingsparametre) den pris, som virksomheden fastsætter for sit mærke.

Det er derfor ikke underligt, at der i den afsætningsøkonomiske litteratur er opstillet en lang række kvantitative modeller for en virksomheds afsætning og markedsandel, hvor varens pris indgår som forklarende variabel. (Se fx Lilien, Kotler og Moorthy (1992) kapitel 4 for en grundig gennemgang af en lang række kvantitative prisresponsmodeller – specielt for afsætningens vedkommende).

Blandt modellerne for virksomhedens afsætning er den lineære prisafsætningsfunktion sikkert den bedst kendte og mest operationelle. Men også den isoelastiske potensfunktion spiller en vigtig rolle. Parametrene i disse to modeller er yderst simple at estimere på basis af et konkret talmateriale hhv. ved lineær og ikke lineær regressionsanalyse. Og for begge modellers vedkommende er prisoptimeringsproblemet let at løse, og det er ydermere grundigt behandlet i litteraturen.
I den lineære model er optimalprisen således bestemt som gennemsnittet af de (konstante) variable enhedsomkostninger og den pris, ved hvilken afsætningen bliver lig med nul. Og i den isoelastiske potensmodel er optimalprisen bestemt som de variable enhedsomkostninger multipliceret med priselasticiteten (der er uafhængig af prisen og konstant) divideret med 1 plus priselasticiteten.

Blandt modellerne for virksomhedens markedsandel er den logistiske funktion formodentlig den mest nærliggende at benytte. Dette skyldes, at parametrene i denne model - under homogen forbrugeradfærd (som defineres nedenfor) - forholdsvis let kan estimeres ved en logistisk regressionsanalyse, som indgår i de fleste statistiske standardprogrampakker.

Imidlertid er prisoptimeringsproblemet i den logistiske model ikke set behandlet i den afsætnings-økonomiske litteratur. Hverken under homogen eller under heterogen forbrugeradfærd (som også defineres nedenfor)[1]. Dette forhold er uheldigt af to årsager. For det første fordi de to former for forbrugeradfærd - som det vil fremgå af afsnit 6 nedenfor – spiller en central rolle for den

[1] ML-estimationen af parametrene i logitmodellen under heterogen forbrugeradfærd er behandlet i Olsen (2003 B).

loyalitetspolitik, virksomheden bør føre over for markedets forbrugere. For det andet fordi virksomheden ved en prisnedsættelse for et givet mærke ofte står i den situation, at den kun kan forøge sin totale afsætning af mærket nævneværdigt ved at øge sin markedsandel for mærket (på konkurrenternes bekostning). Dette gælder fx for varer som benzin, vaskepulver, sæbe, tandpasta, mælk, ost, smør, margarine, brød, gryn, mel, sukker, toiletpapir, køkkenrulle, staniol samt sikkert også kaffe og te. For sådanne nødvendighedsvarer vil en prisnedsættelse næsten aldrig resultere i salg til helt nye kundegrupper, og den vil sikkert også kun i meget beskedent omfang resultere i mersalg til egne hidtidige kunder. Derfor er en forøgelse af markedsandelen virksomhedens bedste (eller måske eneste) mulighed for en forøgelse af dens totale afsætning.

Problemstillingen i nærværende artikel er derfor

- at vise, hvorledes prisen optimeres i logitmodellen, når forbrugerne udviser homogen adfærd,

- at vise, hvorledes prisen optimeres i logitmodellen, når forbrugerne udviser heterogen adfærd,

- at give et eksempel på prisoptimeringen henholdsvis under homogen og under heterogen forbrugeradfærd, samt

- at vise, at virksomheden som hovedregel kan opnå betydelige økonomiske fordele ved at tilrettelægge sin loyalitetspolitik således, at forbrugerne udviser heterogen adfærd.

Som det fremgår af denne problemstilling, er de modeller, vi betragter i det følgende, alle partielle modeller med den af virksomheden fastsatte pris for sit mærke som den eneste forklarende variabel. Dette forhold er ikke et udtryk for, at vi mener, at sådanne partielle modeller giver en tilstrækkelig realistisk beskrivelse af virkeligheden. Det er alene et udtryk for, at vi er af den opfattelse, at man som modelkonstruktør nødvendigvis må opstille og forstå simple modeller, før man bliver i stand til at opstille og forstå mere komplicerede – og samtidig mere realistiske – modeller.

2. Logitmodellerne under homogen og heterogen forbrugeradfærd

Overalt i det følgende vil vi betragte en virksomhed, der sælger et mærke – kaldet mærke A – i konkurrence med ét eller flere andre mærker, som betragtes under ét og kaldes for mærke B.

Mærket udbydes på et marked med N forbrugere i alt, og den i-te af disse forbrugere foretager et (stokastisk) antal køb – kaldet n_i - af produktkategorien i en given periode (i=1, 2, ..., N). Endvidere forudsættes $n_1, n_2, ..., n_N$ identisk fordelt med middelværdien μ. Endelig forudsættes det, at såvel N som μ er uafhængig af den pris, som virksomheden fastsætter for sit mærke.

Ved den i-te forbrugers j-te køb af produktkategorien i en given periode er der en sandsynlighed for, at forbrugeren vælger mærke A. Denne sandsynlighed – kaldet købssandsynligheden - er den samme ved ethvert af forbrugerens n_i køb i perioden, og den afhænger altid af

- den pris – kaldet p – som virksomheden fastsætter for mærke A i den betragtede periode.

Herudover afhænger købssandsynligheden af

- om forbrugerne på det betragtede marked udviser homogen adfærd, eller
- om forbrugerne på det betragtede marked udviser heterogen adfærd.

Lad Y_{ij} (i = 1, 2, ..., N; j=1, 2, ..., n_i) være en stokastisk indikatorvariabel, der er lig med 1, hvis den i-te forbruger vælger mærke A ved det j-te køb af produktkategorien i en given periode, og som er lig med 0 ellers.

Hvis forbrugerne udviser homogen adfærd, betragter vi modellen

$$P(Y_{ij}=1)=\theta(p)=\frac{\exp(\beta_0+\beta_1 p)}{1+\exp(\beta_0+\beta_1 p)} \quad ; \quad \beta_0 \in R \,;\, \beta_1 \in R_- \,; \quad (i=1,2,...,N; j=1,2,...,n_i),$$

medens vi, hvis forbrugerne udviser heterogen adfærd, betragter modellen

$$P(Y_{ij}=1)=\theta_i\,(p)=\frac{\exp(\beta_{0i}+\beta_{1i}\,p)}{1+\exp(\beta_{0i}+\beta_{i1}p)}\quad;\quad \beta_{0i}\in R\,;\,\beta_{1i}\in R_-\;;\quad (i=1,2,...,N;\,j=1,2,...,n_i)\,.$$

Under homogen forbrugeradfærd gælder der altså, at såvel loyalitetsparameteren β_0 som prisreaktionsparameteren β_1 - og dermed købssandsynligheden $\theta(p)$ - er den samme for alle N forbrugere på det betragtede marked.

Derimod har hver af markedets N forbrugere sin egen individuelle loyalitetsparameter β_{0i} og sin egen individuelle prisreaktionsparameter β_{1i} - og dermed sin egen individuelle købssandsynlighed $\theta_i(p)$ - hvis forbrugerne udviser heterogen adfærd.

I det sidst nævnte tilfælde lægger vi dog en simpel struktur på de enkelte forbrugeres parameterværdisæt. Mere præcist vil vi antage, at samtlige forbrugeres værdisæt af de to parametre β_{0i} *og* β_{1i} (i = 1, 2, ..., N) er uafhængige, identisk fordelte realisationer af en stokastisk variabel, der er fordelt efter den todimensionale normale fordeling med middelværdivektoren $(\beta_0\,,\beta_1)$ og med kovariansmatricen

$$\Sigma=\begin{pmatrix}\sigma_0{}^2 & \sigma_0\sigma_1\rho\\ \sigma_0\sigma_1\rho & \sigma_1{}^2\end{pmatrix}.$$

Alt i alt betyder dette, at modellen under homogen forbrugeradfærd kun indeholder to parametre – nemlig loyalitetsparameteren β_0 og prisreaktionsparameteren β_1 - medens modellen under heterogen forbrugeradfærd indeholder 5 parametre – nemlig foruden middelværdierne β_0 *og* β_1 også standardafvigelsen σ_0, standardafvigelsen σ_1 og korrelationskoefficienten ρ i fordelingen af de individuelle loyalitets- og prisreaktionsparametre.

I det følgende vil vi vise, hvorledes prisoptimeringen foretages i de to forskellige logitmodeller, når virksomhedens målsætning er at maksimere den forventede profit for den betragtede periode.

3. Prisoptimering i logitmodellen under homogen forbrugeradfærd

Lad c være de variable enhedsomkostninger for mærke A, og antag, at disse er konstante og dermed uafhængige af produktionens og afsætningens størrelse. Da er virksomhedens forventede profit for mærke A i en given periode

$$\pi_1(p) = N\mu(p-c)\theta(p)$$

$$= N\mu(p-c)\frac{\exp(\beta_0+\beta_1 p)}{1+\exp(\beta_0+\beta_1 p)}.$$

Denne funktion er let at maksimere mht. p. Ved differentiation af π_1 fås nemlig, at

$$\pi_1'(p) = N\mu[(p-c)\theta'(p)+\theta(p)]$$

$$= N\mu[(p-c)\theta(p)(1-\theta(p))\beta_1+\theta(p)]$$

$$= N\mu\theta(p)(1-\theta(p))[\beta_1(p-c)+\frac{1}{1-\theta(p)}].$$

Da $\theta(p)(1-\theta(p))$ er positiv for alle p, er $\pi_1'(p)=0$, hvis og kun hvis

$$\beta_1(p-c)+\frac{1}{1-\theta(p)}=0$$

$$\Leftrightarrow \quad -\beta_1(p-c) = 1+\exp(\beta_0+\beta_1 p).$$

Men venstresiden af dette udtryk er en lineært voksende funktion af p, som er negativ når p < c, som er nul når p = c, og som er positiv når p > c. Endvidere er højresiden af udtrykket større end 1 for alle værdier af p og monotont aftagende med 1 som asymptote, når p går mod uendelig. Heraf følger, at ligningen $\pi_1'(p)=0$ har en entydigt bestemt løsning i punktet p_1, hvor p_1 er større end de variable enhedsomkostninger c.

Da

$$\frac{d}{dp}[\beta_1(p-c)+1+\exp(\beta_0+\beta_1 p)]$$

$$=\beta_1[1+\exp(\beta_0+\beta_1 p)],$$

som er negativ for alle værdier af p, følger det endvidere, at p_1 maksimerer den forventede profit $\pi_1(p)$ mht. p.

Da den optimale pris ikke kan findes eksplicit, har vi udviklet et specielt edb-program, der bestemmer p_1 vha. Newton-Raphsons iterationsmetode.
Dette program vil vi gøre brug af i eksemplet i afsnit 5.

Egenskaberne ved den implicit givne optimalpris p_1 studeres lettest vha. følgende sætning, der er opstillet af Tue Tjur.

Sætning:
Lad $y=h(x)$ betegne løsningen til ligningen

$$y=\exp(x-y).$$

Funktionen

$$f(p)=(p-c)\frac{\exp(\beta_0+\beta_1 p)}{1+\exp(\beta_0+\beta_1 p)}$$

(som er forventningen af dækningsbidraget ved et enkelt køb af produktkategorien)
antager da sit maksimum for $p=p_1$, hvor

(i) $$p_1 = \frac{-h(\beta_0 + \beta_1 c - 1) + \beta_1 c - 1}{\beta_1}.$$

Den maksimale værdi af forventningen af dækningsbidraget er

$$f(p_1) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 p_1)}{-\beta_1}$$

(ii) $$= p_1 - (c - \frac{1}{\beta_1})$$

$$= (p_1 - p_0).$$

Endvidere er den optimale købssandsynlighed

$$\theta(p_1) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 p_1)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 p_1)}$$

(iii)

$$= \frac{(p_1 - p_0)}{(p_1 - c)}.$$

Endelig er priselasticiteten i optimalpunktet

(iv) $$e(p_1) = -\frac{p_1}{(p_1 - c)}.$$

(Det sidste resultat er et velkendt og generelt resultat fra den økonomiske teori).

Bevis:

Ad (i)

Ovenfor er det vist, at $\pi_1'(p) = 0$, hvis og kun hvis

$$
\begin{aligned}
& -\beta_1(p-c) = 1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 p) \\
& \Leftrightarrow \\
& \exp(\beta_0 + \beta_1 p) = -1 - \beta_1(p-c) \\
& \Leftrightarrow \\
& \exp((\beta_0 + \beta_1 c - 1) - (-1 - \beta_1(p-c))) = -1 - \beta_1(p-c) \\
& \Leftrightarrow \\
& h(\beta_0 + \beta_1 c - 1) = -1 - \beta_1(p-c) \\
& \Leftrightarrow \\
& p = \frac{-h(\beta_0 + \beta_1 c - 1) + \beta_1 c - 1}{\beta_1}.
\end{aligned}
$$

Ad (ii)

$$
\begin{aligned}
f(p_1) &= (p_1 - c)\frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 p_1)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 p_1)} \\
&= (p_1 - c)\frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 p_1)}{-\beta_1(p_1 - c)} \\
&= \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 p_1)}{-\beta_1} \\
&= \frac{-1 - \beta_1(p_1 - c)}{-\beta_1} \\
&= p_1 - (c - \frac{1}{\beta_1}) \\
&= p_1 - p_0.
\end{aligned}
$$

Ad (iii)

$$\theta(p_1) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 p_1)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 p_1)}$$

$$= \frac{f(p_1)}{(p_1 - c)}$$

$$= \frac{(p_1 - p_0)}{(p_1 - c)}.$$

Ad (iv)

$$e(p) = \frac{p}{\theta(p)} \frac{d\theta(p)}{dp}$$

$$= \frac{p}{\theta(p)} \theta(p)(1 - \theta(p))\beta_1$$

$$= \beta_1 p(1 - \theta(p))$$

$$= \frac{\beta_1 p}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 p)}$$

$$\Rightarrow$$

$$e(p_1) = \frac{\beta_1 p_1}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 p_1)}$$

$$= \frac{\beta_1 p_1}{-\beta_1 (p_1 - c)}$$

$$= -\frac{p_1}{(p_1 - c)}.$$

Q.E.D.

Egenskaberne ved funktionen h studeres lettest ved at opskrive den omvendte funktion til $h(x)$.
Af definitionen

$$h(x) = \exp(x - h(x))$$

følger, at

$$\begin{aligned}
&\ln(h(x)) = x - h(x)\\
&\Leftrightarrow\\
&x = h(x) + \ln(h(x))\\
&\Leftrightarrow\\
&h^{-1}(y) = y + \ln(y).
\end{aligned}$$

Heraf følger nu, at

$$\begin{aligned}
&\frac{dx}{dy} = 1 + \frac{1}{y}\\
&\Leftrightarrow\\
&\frac{dy}{dx} = \frac{y}{y+1}.
\end{aligned}$$

Ved hjælp af funktionen h, der altså er en monotont voksende funktion af x, fordi y er positiv, er det nu let at vise,

- at den optimale pris p_1 er en voksende funktion af β_0, β_1 *og* c,

- at den optimale købssandsynlighed $\theta(p_1)$ er en voksende funktion af β_0 *og* β_1 og en aftagende funktion af c, og

- at den maksimale forventede profit $\pi(p_1)$ er en voksende funktion af β_0 *og* β_1 og en aftagende funktion af c.

Endvidere kan det vises, at den ovenfor omtalte Newton-Raphson iteration er ækvivalent med følgende simplere iteration:

$$p_0 \quad = \; c - \frac{1}{\beta_1} \qquad (\mathit{startværdi})$$

$$f(p_n) = (p_n - c)\,\frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 p_n)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 p_n)} \quad ; \quad n = 0,1,\ldots$$

$$p_{n+1} \quad = \; p_0 + f(p_n) \quad ; \quad n = 0,1,\ldots$$

Dette resultat skyldes Tue Tjur.

4. Prisoptimering i logitmodellen under heterogen forbrugeradfærd

Når forbrugerne udviser heterogen adfærd, er den forventede profit, som virksomheden opnår på mærke A i en given periode, defineret således:

$$\pi_2(p) = N\mu(p-c)\overline{\theta}(p),$$

hvor $\overline{\theta}(p)$ er den marginale sandsynlighed for, at en forbruger vælger mærke A ved et givet køb af produktkategorien, dvs. at

$$\overline{\theta}(p) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(\beta_{0i}+\beta_{1i}p)}{1+\exp(\beta_{0i}+\beta_{1i}p)}\, g(\beta_{0i},\beta_{1i})\,d\beta_{0i}\,d\beta_{1i},$$

hvor $g(\beta_{0i},\beta_{1i})$ er sandsynlighedstætheden for den todimensionale normale fordeling med middelværdivektoren (β_0, β_1) og kovariansmatricen

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_0^{\,2} & \sigma_0\sigma_1\rho \\ \sigma_0\sigma_1\rho & \sigma_1^{\,2} \end{pmatrix}.$$

Da dobbeltintegralet, der bestemmer den marginale købssandsynlighed $\overline{\theta}(p)$, ikke kan udtrykkes på eksplicit form, vil vi approksimere $\overline{\theta}(p)$ ved numerisk integration på samme måde som i Olsen (2003).

Lad U_i (i = 1, 2, ..., N) være en endimensional stokastisk variabel, der er defineret således:

$$U_i = \beta_{0i} + \beta_{1i}p.$$

Da følger det af den ovenfor opstillede forudsætning om fordelingen af regressionsparametrene β_{0i} *og* β_{1i}, at U_i er fordelt efter den endimensionale normale fordeling med middelværdien

$$\xi = \beta_0 + \beta_1 p$$

og variansen

$$\tau^2 = \sigma_0{}^2 + \sigma_1{}^2 p^2 + 2\sigma_0\sigma_1\rho\, p\,.$$

Endvidere er den i-te forbrugers købssandsynlighed for mærke A i en given periode en stokastisk variabel, $\theta_i(p)$, der er defineret således:

$$\theta_i(p) = \frac{\exp(\beta_{0i} + \beta_{1i} p)}{1 + \exp(\beta_{0i} + \beta_{1i} p)} = \frac{\exp(U_i)}{1 + \exp(U_i)}\,,$$

og som dermed alene afhænger af U_i. Dette betyder, at udtrykket

$$\bar{\theta}(p) = E\,[\frac{\exp(\beta_{0i} + \beta_{1i} p)}{1 + \exp(\beta_{0i} + \beta_{1i} p)}] = E\,[\frac{\exp(U_i)}{1 + \exp(U_i)}],$$

kan bestemmes vha. den endimensionale normale fordeling.

Lad endvidere V_i være en endimensional stokastisk variabel, der er defineret således:

$$V_i = \frac{U_i - \xi}{\tau}\,.$$

Da er V_i fordelt efter den endimensionale standardiserede normale fordeling, og

$$U_i = \xi + \tau V_i\,.$$

Dette betyder, at udtrykket

$$\bar{\theta}(p) = E\,[\frac{\exp(\xi + \tau V_i)}{1 + \exp(\xi + \tau V_i)}]$$

kan bestemmes vha. den endimensionale standardiserede normale fordeling. Men udtrykket for den marginale købssandsynlighed kan stadig ikke bestemmes eksplicit.

Vi approksimerer derfor den standardiserede normale fordeling ved en diskret stokastisk variabel Z med s lige sandsynlige udfald $z_1, z_2, ..., z_s$, altså med

$$P(Z = z_r) = \frac{1}{s},$$

hvor z_r er defineret således:

$$z_r = \Phi^{-1}(\frac{1}{2s} + \frac{r-1}{s}) \quad ; \quad r = 1, 2, ..., s,$$

hvor Φ^{-1} er den inverse af fordelingsfunktionen for den standardiserede normale fordeling, og hvor s er et stort (ulige) positivt helt tal. (I edb-programmet, der omtales nedenfor, har vi sat s =1001).

Variationsområdet for Φ^{-1} er altså (her) de s punkter fra 1/2s til 1-1/2s. Og når s er ulige, bliver medianen i fordelingen af Z lig med $z_{(s+1)/2} = \Phi^{-1}(½) = 0$.

Med denne approksimation bliver den marginale købssandsynlighed

$$\bar{\theta}(p) = E\,[\frac{\exp(\xi + \tau V_i)}{1 + \exp(\xi + \tau V_i)}]$$

$$\approx \frac{1}{s}\sum_{r=1}^{s}\frac{\exp(\xi + \tau z_r)}{1 + \exp(\xi + \tau z_r)}.$$

Da det sidste udtryk kan beregnes eksplicit, har vi udviklet et specielt edb-program, der bestemmer den marginale købssandsynlighed $\bar{\theta}(p)$. Programmet maksimerer endvidere profitfunktionen $\pi_2(p) = N\mu(p-c)\bar{\theta}(p)$ mht. p. Og den optimale pris kaldes i det følgende for p_2.
Dette program vil vi gøre brug af i næste afsnit.

5. Et eksempel på prisoptimering i de to logitmodeller

I dette afsnit vil vi ved hjælp af et eksempel vise, hvorledes prisoptimeringen i logitmodellen forløber hhv. under homogen og heterogen forbrugeradfærd.

For at konkretisere vil vi i eksemplet antage, at produktkategorien for mærke A er kaffe, og at periodelængden er 1 år. Endvidere vil vi antage, at

- $N = 2000000$ Dvs. at målgruppen for kaffe er på i alt 2 millioner forbrugere (husstande).
- $\mu = 26$ Dvs. at en forbruger i målgruppen i gennemsnit køber 26 poser kaffe pr. år eller 1 pose hver 14. dag.
- $p_{nu} = 30$ Dvs. at den nugældende pris for en pose kaffe er 30 kr.
- $c = 15$ Dvs. at de variable enhedsomkostninger ved produktion og salg af en pose kaffe er 15 kr.
- $\beta_0 = 2.50$ Dvs. at loyalitetsparameteren (under homogen adfærd) og forventningen af loyalitetsparameteren (under heterogen adfærd) er 2.50.
- $\beta_1 = -0.12$ Dvs. at prisreaktionsparameteren (under homogen adfærd) og forventningen af prisreaktionsparameteren (under heterogen adfærd) er -0.12.
- $\sigma_0 = 1.00$ Dvs. at standardafvigelsen i fordelingen af loyalitetsparameteren (under heterogen adfærd) er 1.00.
- $\sigma_1 = 0.03$ Dvs. at standardafvigelsen i fordelingen af prisreaktionsparameteren (under heterogen adfærd) er 0.03.
- $\rho = 0.75$ Dvs. at korrelationskoefficienten i fordelingen af de to regressions-parametre (under heterogen adfærd) er 0.75.

Endelig vil vi antage, at alle ovennævnte størrelser er kendt uden usikkerhed af beslutningstageren. (Se Olsen (2003) vedr. estimation af modellens parametre. Flere af ovennævnte parameterværdier stammer i øvrigt fra denne artikel).

Under disse antagelser vil vi først betragte prisfastsættelsen i logitmodellen under homogen forbrugeradfærd.

Ved den nugældende pris pr. pose kaffe på $p_{nu} = 30\ kr.$ bliver købssandsynligheden for mærke A $\theta(30) = 0.2497$ og den forventede profit for mærke A bliver $\pi_1(30) = 194797\ kkr.$ pr. år. (Her og overalt i det følgende angives den forventede profit i 1000 kr., dvs. i kilokroner – kkr.).

Men den nugældende pris er ikke optimal. Ved benyttelse af det i afsnit 3 omtalte edb-program til iterativ bestemmelse af optimalprisen fås, at denne bliver $p_1 = 27.21$. Ved anvendelse af denne pris bliver den optimale købssandsynlighed for mærke A $\theta(27.21) = 0.3175$, og den maksimale forventede profit for mærke A bliver $\pi_1(27.21) = 201599\ kkr.$ pr. år.

I forhold til den nugældende pris på 30 kr. kan virksomheden altså opnå en forøgelse af den forventede årlige profit på 6802 kkr. (dvs. 6.8 millioner kr.) ved at nedsætte prisen med 2.79 kr. Dette svarer til en profitforøgelse på 3.5 % ved en prisnedsættelse på 9.3 %. Eller til en approksimativ priselasticitet mht. den forventede profit på –0.38.

Vi betragter herefter prisfastsættelsen i logitmodellen under heterogen forbrugeradfærd.

Under denne model gælder der ved den nugældende pris pr. pose kaffe på $p_{nu} = 30\ kr.$, at den marginale købssandsynlighed for mærke A bliver $\overline{\theta}(30) = 0.3278$, og at den forventede profit for mærke A bliver $\pi_2(30) = 255682\ kkr.$ pr. år.

Men den nugældende pris er heller ikke optimal under modellen for heterogen forbrugeradfærd. Ved benyttelse af det i afsnit 4 omtalte edb-program til approksimativ bestemmelse af optimalprisen fås, at denne bliver $p_2 = 34.56$. Ved anvendelse af denne pris bliver den optimale marginale købssandsynlighed for mærke A $\overline{\theta}(34.56) = 0.2607$, og den maksimale forventede profit for mærke A bliver $\pi_2(34.56) = 265118\ kkr.$ pr. år.

I forhold til den nugældende pris på 30 kr. kan virksomheden altså opnå en forøgelse af den forventede årlige profit på 9436 kkr. (dvs. 9.4 millioner kr.) ved at forhøje prisen med 4.56 kr. Dette svarer til en profitforøgelse på 3.7 % ved en prisforhøjelse på 15.2 %. Eller til en approksimativ priselasticitet mht. den forventede profit på 0.24.

Som det fremgår af ovenstående eksempel, er der en betydelig forskel mellem de optimale løsninger på prisfastsættelsesproblemet under henholdsvis homogen og heterogen forbrugeradfærd.
Under homogen forbrugeradfærd skal man således nedsætte den nugældende pris fra 30 kr. til 27.21 kr., medens man under heterogen adfærd skal forøge den nugældende pris til 34.56 kr. Herved opnår man i det første tilfælde en købssandsynlighed på 0.3175, medens man i det andet tilfælde kun opnår en købssandsynlighed på 0.2607. Og forskellen i den forventede årlige profit bliver også ganske betydelig. Under homogen forbrugeradfærd opnår man nemlig kun en forventet årlig profit på 201599 kkr., medens man under heterogen forbrugeradfærd opnår en væsentligt højere forventet årlig profit på 265118 kkr. Dette svarer til en absolut forskel mellem de forventede årlige profitter på hele 63519 kkr. (dvs. 63.5 millioner kr.) og til en relativ forskel på hele 31.5 %.

Da den eneste forskel på de to modeller er værdisættet af de tre parametre σ_0, σ_1 *og* ρ, vil vi - med henblik på at belyse den isolerede effekt af disse 3 parametre - analysere følgende 5 modeller:

Model 1: $\sigma_0 = 0.00$; $\sigma_1 = 0.00$; $\rho = 0.00$

Model 2: $\sigma_0 = 1.00$; $\sigma_1 = 0.00$; $\rho = 0.00$

Model 3: $\sigma_0 = 0.00$; $\sigma_1 = 0.03$; $\rho = 0.00$

Model 4: $\sigma_0 = 1.00$; $\sigma_1 = 0.03$; $\rho = 0.00$

Model 5: $\sigma_0 = 1.00$; $\sigma_1 = 0.03$; $\rho = 0.75$.

Den første af disse modeller er den ovenfor betragtede model under homogen forbrugeradfærd, medens den sidste model er den ovenfor betragtede model under (fuld) heterogen forbrugeradfærd.

Hovedresultaterne af analysen af disse 5 modeller fremgår af følgende tabel 1.

Tabel 1. Optimal pris, optimal købssandsynlighed og maksimal forventet profit ved alternative værdisæt af parametrene σ_0, σ_1 *og* ρ.

Model	σ_0	σ_1	ρ	p	$\theta(p)$	$\pi(p)$
1	0.00	0.00	0.00	27.21	0.3175	201599
2	1.00	0.00	0.00	29.19	0.3028	223403
3	0.00	0.03	0.00	29.53	0.2894	218690
4	1.00	0.03	0.00	31.37	0.2809	239077
5	1.00	0.03	0.75	34.56	0.2607	265118

Det fremgår af tabel 1,

- at den optimale pris er mindst, når forbrugerne udviser homogen adfærd og størst, når forbrugerne udviser (fuld) heterogen adfærd.
  De 5 indeks for den optimale pris er hhv. 100.0 ; 107.3 ; 108.5 ; 115.3 og 127.0,

- at den optimale købssandsynlighed er størst, når forbrugerne udviser homogen adfærd og mindst, når forbrugerne udviser (fuld) heterogen adfærd.
  De 5 indeks for den optimale købssandsynlighed er hhv. 100.0 ; 95.4 ; 91.1 ; 88.5 og 82.1,

- at den maksimale forventede profit er mindst, når forbrugerne udviser homogen adfærd og størst, når forbrugerne udviser (fuld) heterogen adfærd.
  De 5 indeks for den maksimale forventede profit er hhv. 100.0 ; 110.8 ; 108.5 ; 118.6 og 131.5.

I næste afsnit vil vi vurdere konsekvenserne af disse resultater for den loyalitetspolitik, virksomheden bør føre over for den betragtede målgruppe af forbrugere.

Inden da vil vi gennemføre en yderligere analyse – nemlig en partiel sensitivitetsanalyse mht. størrelsen af samtlige parametre i model 5, dvs. i den model, hvor forbrugerne udviser (fuld) heterogen adfærd.

Sensitivitetsanalysen gennemføres således, at vi for én parameter ad gangen foretager en ændring af den pågældende parameter i forhold til udgangssituationen i model 5. Ændringen er altid på 10 %, og ændringen foretages altid i den retning, der forøger den maksimale forventede profit.
Herefter bestemmer vi for hver ændring den nye optimale pris, den nye optimale købssandsynlighed, den nye maksimale forventede profit samt endelig den procentvise ændring i den maksimale forventede profit i relation til udgangssituationen i model 5. Den sidst nævnte størrelse er – efter division med 10 - elasticiteten for den forventede profit mht. en ændring af den pågældende parameter på 10 %.

Resultatet af disse partielle sensitivitetsanalyser fremgår af tabel 2.

Tabel 2. Partielle sensitivitetsanalyser i relation til model 5.

Parameter	Værdi i model 5	Ny værdi	Optimal pris	Optimal købsssh.	Maksimal profit	Ændring af profit
-----	-----	-----	34.56	0.2607	265118	-----
N	2000000	2200000	34.56	0.2607	291630	10.0 %
μ	26.00	28.60	34.56	0.2607	291630	10.0 %
C	15.00	13.50	33.23	0.2789	286155	7.9 %
β_0	2.50	2.75	35.21	0.2838	298254	12.5 %
β_1	-0.12	-0.108	38.04	0.2715	325292	22.7 %
σ_0	1.00	1.10	35.19	0.2582	271114	2.3 %
σ_1	0.03	0.033	35.53	0.2544	271539	2.4 %
ρ	0.75	0.825	34.88	0.2590	267699	1.0 %

Også denne tabel vil blive kommenteret i næste afsnit.

Endelig har vi suppleret ovenstående sensitivitetsanalyse med analyserne i tabellerne 3, 4 og 5. Disse tre tabeller, som vises nedenfor og kommenteres i næste afsnit, er partielle sensitivitetsanalyser i model 5 mht. hver af de tre specielt interessante (heterogenitetsskabende) parametre $\sigma_0 , \sigma_1 \; og \; \rho$.

Tabel 3. Partiel sensitivitetsanalyse mht. σ_0 i model 5.

σ_0	Optimal pris	Optimal købsandel	Maksimal profit
0.00	**27.21**	**0.3175**	**201599**
0.50	**31.71**	**0.2742**	**238305**
1.00	**34.56**	**0.2607**	**265118**
1.50	**37.84**	**0.2498**	**296698**
2.00	**41.41**	**0.2414**	**331461**
2.50	**45.17**	**0.2348**	**368400**
3.00	**49.06**	**0.2297**	**406864**

Tabel 4. Partiel sensitivitetsanalyse mht. σ_1 i model 5.

σ_1	Optimal pris	Optimal købsandel	Maksimal profit
0.00	**27.21**	**0.3175**	**201599**
0.01	**30.36**	**0.2924**	**233534**
0.02	**32.07**	**0.2785**	**247179**
0.03	**34.56**	**0.2607**	**265118**
0.04	**38.41**	**0.2374**	**288929**
0.05	**45.48**	**0.2033**	**322242**
0.06	**9000+**	**0.0200-**	**11 mio+**

Tabel 5. Partiel sensitivitetsanalyse mht. ρ i model 5.

ρ	Optimal pris	Optimal købsandel	Maksimal profit
-1.00	**27.15**	**0.3203**	**202437**
-0.67	**28.58**	**0.3046**	**215124**
-0.33	**29.98**	**0.2917**	**227254**
0.00	**31.37**	**0.2808**	**239077**
0.33	**32.77**	**0.2713**	**250716**
0.67	**34.20**	**0.2627**	**262246**
1.00	**35.65**	**0.2549**	**273715**

6. Konsekvenserne for virksomhedens loyalitetspolitik

Det er klart, at de konklusioner, der kan drages på basis af resultaterne af det i forrige afsnit gennemgåede eksempel, er af stor betydning såvel for

1. den optimale pris, den optimale købssandsynlighed og den maksimale forventede profit som for
2. den loyalitetspolitik virksomheden bør føre over for forbrugerne på det pågældende marked.

Vedrørende det første punkt har vi allerede i eksemplet konkluderet, at

- der er betydelig forskel på den optimale pris, den optimale købssandsynlighed og den maksimale forventede profit i det tilfælde, hvor forbrugerne udviser homogen adfærd og i det tilfælde, hvor forbrugerne udviser heterogen adfærd, og at
- den optimale pris er størst, den optimale købssandsynlighed er mindst og den maksimale forventede profit er størst under heterogen forbrugeradfærd.

I det følgende vil vi derfor koncentrere os om det andet punkt, dvs. om virksomhedens generelle loyalitetspolitik.

Før vi drager konklusioner om loyalitetspolitikken, er det dog vigtigt at bemærke, at disse konklusioner (ligesom konklusionerne om prisen, købssandsynligheden og profitten ovenfor) naturligvis – i et vist omfang - afhænger af de konkrete talværdier for modellens parametre, der ligger til grund for det valgte eksempel. Men også kun i et vist omfang. Thi ved gennemregning af adskillige andre eksempler, der nøje svarer til det ovenfor betragtede eksempel, men som bygger på (til tider helt) andre talværdier for modellens parametre, opnås hver gang de samme principielle konklusioner, (men de konkrete talværdier varierer naturligvis fra tilfælde til tilfælde).

For alle de gennemregnede eksempler gælder det, at $p_1 < p_2$, dvs. at den optimale pris ved homogen forbrugeradfærd er mindre end den optimale pris ved heterogen forbrugeradfærd.

Endvidere gælder det som en helt klar hovedregel, at $\theta(p_1) > \theta(p_2)$, dvs. at den optimale købssandsynlighed ved homogen forbrugeradfærd er større end den optimale købssandsynlighed ved heterogen forbrugeradfærd.

Endelig gælder det - også som en klar hovedregel - at $\pi_1(p_1) < \pi_2(p_2)$, dvs. at den maksimale forventede profit ved homogen forbrugeradfærd er mindre end den maksimale forventede profit ved heterogen forbrugeradfærd. Dette er altid tilfældet, hvis de to optimale priser p_1 *og* p_2 er større end $p_{½} = -\dfrac{\beta_0}{\beta_1}$, som er den pris, ved hvilken de to købssandsynligheder $\theta(p_{½})$ *og* $\overline{\theta}(p_{½})$ er lige store og lig med ½. I så fald befinder vi os nemlig på den konvekse del af grafen for den logistiske funktion, hvorfor vi kan slutte, at det for enhver værdi af $p > p_{½}$ gælder, at $\theta(p) < \overline{\theta}(p)$. Heraf følger specielt, at $\theta(p_1) < \overline{\theta}(p_1)$, og dermed, at

$$
\begin{aligned}
\pi_1(p_1) &= N\mu(p_1 - c)\theta(p_1) \\
&< N\mu(p_1 - c)\overline{\theta}(p_1) \\
&\le N\mu(p_2 - c)\overline{\theta}(p_2) \\
&= \pi_2(p_2).
\end{aligned}
$$

For alle mærker, hvis købssandsynlighed (markedsandel) i optimalsituationen er mindre end ½, (og det vil sikkert gælde for de fleste mærker), kan vi altså slutte, at den maksimale forventede profit ved homogen forbrugeradfærd er mindre end den maksimale forventede profit ved heterogen forbrugeradfærd. For mærker, hvis købssandsynlighed i optimalsituationen er større end ½, er det fortsat hovedreglen, at $\pi_1(p_1) < \pi_2(p_2)$. Og i de forholdsvis få tilfælde, hvor det med de a priori valgte værdier af de tre heterogenitetsskabende parametre σ_0, σ_1 *og* ρ gælder, at $\pi_1(p_1) > \pi_2(p_2)$, viser alle de gennemregnede eksempler, at man altid kan opnå, at $\pi_1(p_1) < \pi_2(p_2)$ ved at forøge størrelsen af parametrene σ_0, σ_1 *og* ρ.

Efter disse empirisk baserede bemærkninger tager vi nu udgangspunkt i den i forrige afsnit gennemførte analyse af de 5 modeller, der bygger på stigende grad af forbrugernes heterogenitet (fra homogen adfærd til fuld heterogen adfærd).

På basis af denne analyse - hvis resultater fremgår af tabel 1 - kan vi drage følgende (generelle) konklusioner mht. virksomhedens loyalitetspolitik:

Virksomheden bør tilrettelægge sin loyalitetspolitik således

- at forbrugernes individuelle loyalitetsparametre bliver så forskellige som muligt, dvs. at standardafvigelsen σ_0 i fordelingen af de individuelle loyalitetsparametre skal gøres så stor som mulig,
- at forbrugernes individuelle prisreaktionsparametre bliver så forskellige som muligt, dvs. at standardafvigelsen σ_1 i fordelingen af de individuelle prisreaktionsparametre skal gøres så stor som mulig,
- at korrelationen mellem forbrugernes individuelle loyalitetsparameter og individuelle prisreaktionsparameter bliver positiv og så stor som mulig, dvs. at korrelationskoefficienten ρ skal gøres så stor som mulig.

Disse tre anbefalinger kan virksomheden tilgodese gennem sin loyalitetspolitik ved at ”forkæle” visse (grupper af) forbrugere samtidig med, at den ”misrøgter” andre (grupper af) forbrugere. Hvorledes dette helt konkret skal gøres i praksis, ligger uden for denne artikels problemstilling. Men rent metodemæssigt skal det gøres ved en meget finmasket segmentering af forbrugerne på det pågældende marked. Dette forhold vil vi vende tilbage til sidst i dette afsnit.

Vi tager herefter udgangspunkt i den i forrige afsnit gennemførte partielle sensitivitetsanalyse mht. samtlige 8 parametre i model 5, dvs. i modellen med (fuld) heterogen forbrugeradfærd.

På basis af denne analyse - hvis resultater fremgår af tabel 2 - kan vi drage følgende konklusioner mht. virksomhedens loyalitetspolitik:

Virksomheden bør primært forsøge at ændre de parametre, der indgår i modellen for homogen forbrugeradfærd - og som dermed indgår i samtlige modeller. Nævnt i den i eksemplet gældende rækkefølge efter betydningen for den maksimale forventede profit er disse 5 parametre:

- β_1 dvs. prisreaktionsparameteren, der i eksemplet har elasticiteten 2.27,
- β_0 dvs. loyalitetsparameteren, der i eksemplet har elasticiteten 1.25,
- N dvs. målgruppens størrelse, der altid har elasticiteten 1.00,
- μ dvs. det forventede antal køb af produktkategorien pr. forbruger pr. år, der altid har elasticiteten 1.00,
- c dvs. de variable enhedsomkostninger, der i eksemplet har elasticiteten -0.79.

Det er klart, at det hovedsagelig er de to første parametre, der kan påvirkes gennem virksomhedens loyalitetspolitik. Men eksemplet viser, at det er vigtigere at gøre markedets forbrugere prisufølsomme og loyale end at forøge antallet af forbrugere i målgruppen og/eller at forøge det årlige antal køb af produktkategorien. Og en nedsættelse af de variable enhedsomkostninger er (i eksemplet) den parameter, der er mindst effektiv at anvende for virksomheden.

Sekundært bør virksomheden forsøge at ændre de 3 parametre, der skaber heterogeniteten mellem forbrugerne. Igen nævnt i den i eksemplet gældende rækkefølge efter betydningen for den maksimale forventede profit er disse 3 parametre

- σ_1 dvs. standardafvigelsen i fordelingen af forbrugernes individuelle prisreaktionsparametre, der i eksemplet har elasticiteten 0.24,
- σ_0 dvs. standardafvigelsen i fordelingen af forbrugernes individuelle loyalitetsparametre, der i eksemplet har elasticiteten 0.23,
- ρ dvs. korrelationskoefficienten mellem forbrugernes individuelle loyalitetsparametre og prisreaktionsparametre, der i eksemplet har elasticiteten 0.10.

Effektiviteten af de heterogenitetsskabende parametre er altså (i eksemplet, men sikkert også generelt) klart mindre end effektiviteten af de parametre, der indgår i modellen under homogen forbrugeradfærd. Men de tre detaljerede partielle sensitivitetsanalyser mht. hhv. σ_0, σ_1 *og* ρ – der er gennemført i tabellerne 3, 4 og 5 - viser, at der alligevel er betydelige økonomiske fordele forbundet med at gøre forbrugerne heterogene mht. deres købsadfærd for mærke A.

Tabel 3 viser, at det er rentabelt for virksomheden at anvende adskillige millioner kroner pr. år på et loyalitetsprogram, der skaber større heterogenitet mellem forbrugerne mht. deres generelle loyalitet over for mærke A. (Profitten måles som nævnt i 1000 kr.).

På tilsvarende måde viser tabel 4, at det er særdeles rentabelt for virksomheden at skabe større heterogenitet mellem forbrugerne mht. deres prisfølsomhed over for mærke A.
Sidste række i tabel 4 illustrerer i øvrigt, at den optimale pris og den maksimale forventede profit går mod uendelig, når prisen går mod uendelig. Dette skyldes, at den marginale købssandsynlighed ikke går mod nul, når prisen går mod uendelig, fordi en (med σ_1 voksende) del af forbrugerne har positiv prisreaktionsparameter (dvs. positiv priselasticitet) og derfor vælger mærke A, selv om prisen er principielt uendelig høj. For store værdier af prisen er modellen derfor ikke realistisk.

Endelig viser tabel 5, at det er vigtigt for virksomheden, at dens loyalitetsprogram er konsistent. Hermed menes, at virksomheden gennem sin loyalitetspolitik skal sørge for, at de forbrugere, der udviser en høj (lav) generel loyalitet over for mærke A, også er de forbrugere, der udviser lav (høj) prisfølsomhed over for mærke A. Dette krav er opfyldt, hvis korrelationskoefficienten mellem den individuelle loyalitetsparameter og den individuelle prisreaktionsparameter er positiv og stor.
Tabel 5 viser i øvrigt også, at effekten af korrelationskoefficienten er mindre end effekten af de to heterogenitetsskabende standardafvigelser.

Vi vil nu vende tilbage til spørgsmålet om, hvorledes virksomheden via sin loyalitetspolitik implicit har mulighed for at påvirke størrelsen af modellens 5 parametre $\beta_0, \beta_1, \sigma_0, \sigma_1$ *og* ρ og dermed har mulighed for at følge de ovenfor specificerede generelle anbefalinger.

Med dette formål for øje vil vi antage, at den i-te forbrugers regressionsparametre β_{0i} *og* β_{1i} er bestemt implicit af det beløb, x_i, som virksomheden anvender i salgsfremmende omkostninger (reklame, sælgerbesøg, vareprøver, kredittid, generel service osv.) pr. periode på den i-te forbruger.

Vi vil endvidere antage, at det gennemsnitlige beløb, μ_x, som virksomheden anvender i salgsfremmende omkostninger pr. forbruger pr. periode, er en fast omkostning, som ikke skal gøres til genstand for optimering, og som derfor ikke indgår i de profitfunktioner, der opstilles nedenfor.

Modellen for den implicit givne sammenhæng mellem x_i og β_{0i} *og* β_{1i} kan eksempelvis være

$$\beta_{0i} = \alpha_{00} + \alpha_{01} x_i \quad ; \quad \alpha_{00} \in \Re \, ; \alpha_{01} \in \Re_+$$

$$\beta_{1i} = \alpha_{10} + \alpha_{11} x_i \quad ; \quad \alpha_{10} \in \Re_- \, ; \; \alpha_{11} \in \Re_+ \, ; x_i < -\frac{\alpha_{10}}{\alpha_{11}}$$

$$i = 1, 2, \ldots, N,$$

hvor $\alpha_{00}, \alpha_{01}, \alpha_{10}$ *og* α_{11} er egentlige (ukendte) parametre.

Denne model er en latent model, som ikke er kendt eksplicit af virksomheden. Thi i modsat fald burde virksomhedens viden om sammenhængen mellem de salgsfremmende omkostninger og regressionsparametrene naturligvis have været inddraget eksplicit i modelkonstruktionen.

Hvis vi yderligere antager, at de salgsfremmende omkostninger pr. forbruger pr. periode, dvs. X, er normalfordelt (μ_x , σ_x^2), kan vi slutte, at (β_{0i}, β_{1i}) er fordelt efter den todimensionale normale fordeling med

$$\beta_0 = E(\beta_{0i}) = \alpha_{00} + \alpha_{01} \mu_x$$

$$\beta_1 = E(\beta_{1i}) = \alpha_{10} + \alpha_{11} \mu_x$$

$$\sigma_0^2 = V(\beta_{0i}) = \alpha_{01}^2 \sigma_x^2$$

$$\sigma_1^{\ 2} = V(\beta_{1i}) = \alpha_{11}^{\ 2}\sigma_x^{\ 2} \quad \text{og}$$

$$\rho = 1$$

som (bortset fra, at ρ er lig med 1) er den i afsnit 2 opstillede model.

Med henblik på at illustrere virksomhedens mulighed for at påvirke modellens parametre gennem sin loyalitetspolitik vil vi af forenklingsmæssige grunde antage, at virksomheden har opdelt sit marked i kun to segmenter med homogen forbrugeradfærd inden for hvert segment.
Men tankegangen er naturligvis den samme, uanset om virksomheden opdeler markedet i to eller (principielt uendelig) mange segmenter.

Vi vil endvidere antage, at de to segmenter er lige store, således at sandsynligheden for, at en tilfældigt valgt forbruger tilhører et givet segment (fx det første), er ½.

Endelig vil vi – med henblik på at eksemplificere - antage, at

$$\mu_x = 10 \quad ; \quad \sigma_x^{\ 2} = 25$$

$$\alpha_{00} = 0.50 \quad ; \quad \alpha_{01} = 0.20 \quad ; \quad \alpha_{10} = -0.18 \quad ; \quad \alpha_{11} = 0.006.$$

Disse parameterværdier er valgt, fordi de er konsistente med (dvs. at de under den opstillede model fører til) de parameterværdier, vi har analyseret i eksemplet i afsnit 5.
(Bortset fra, at korrelationskoefficienten ρ nu ikke er 0.75, men 1.00).

Vi vil herefter først antage, at virksomheden anvender det samme beløb i salgsfremmende omkostninger – nemlig $x = \mu_x = 10\ kr.$ pr. år – på samtlige forbrugere på hvert af de to segmenter. Denne antagelse (hvor fordelingen af X altså ikke er normal, men er udartet i 10) resulterer i modellen for homogen forbrugeradfærd fra eksemplet i afsnit 5, og resultaterne fra denne model fremgår af nedenstående tabel 6.

Tabel 6: To segmenter med homogen adfærd

Parameter	Segment 1	Segment 2	Gennemsnit
Segmentandel	½	½	----
X	**10.00**	**10.00**	**10.00**
β_0	**2.50**	**2.50**	**2.50**
β_1	**-0.12**	**-0.12**	**-0.12**
σ_0	**0.00**	**0.00**	**0.00**
σ_1	**0.00**	**0.00**	**0.00**
p_1	**27.21**	**27.21**	**27.21**
$\theta(p_1)$	**0.32**	**0.32**	**0.32**
$f(p_1)$	**3.88**	**3.88**	**3.88**

I denne tabel angiver $f(p_1)$ ikke den totale forventede profit, men den forventede profit ved et enkelt køb af produktkategorien. Denne profit skal derfor multipliceres med $N\mu = 52$ millioner for at kunne sammenlignes med resultaterne fra eksemplet i afsnit 5.

Vi antager dernæst, at virksomheden differentierer sin salgsindsats pr. forbruger mellem de to segmenter, således at den anvender 15 kr. pr. forbruger pr. år på samtlige forbrugere på det første segment og 5 kr. pr. forbruger pr. år på samtlige forbrugere på det andet segment.
(Denne antagelse medfører, at fordelingen af X bliver en diskret topunktsfordeling).
Da de to segmenter er lige store, anvender virksomheden fortsat $\mu_x = 10\ kr.$ i salgsfremmende omkostninger pr. forbruger pr. år i gennemsnit for de to segmenter.
Men resultaterne bliver nu helt anderledes.

Tabel 7 viser dette for det tilfælde, hvor virksomheden er nødt til at fastsætte den samme pris for mærke A på de to segmenter, fordi segmenterne ikke kan holdes fysisk adskilt.
(Det er denne situation, vi har betragtet i eksemplet i afsnit 5).

Tabel 7: To segmenter med heterogen adfærd og samme pris

Parameter	Segment 1	Segment 2	Gennemsnit
Segmentandel	½	½	----
X	**15.00**	**5.00**	**10.00**
β_0	**3.50**	**1.50**	**2.50**
β_1	**-0.09**	**-0.15**	**-0.12**
σ_0	**0.00**	**0.00**	**1.00**
σ_1	**0.00**	**0.00**	**0.03**
p_1	**37.28**	**37.28**	**37.28**
$\theta(p_1)$	**0.54**	**0.02**	**0.28**
$f(p_1)$	**11.95**	**0.37**	**6.16**

En sammenligning af tabellerne 6 og 7 viser,

- at den optimale pris er 37% højere under heterogen adfærd end under homogen adfærd,
- at der under heterogen adfærd er stor forskel på den optimale købssandsynlighed på de to segmenter, og at den gennemsnitlige optimale købssandsynlighed er 12% mindre under heterogen adfærd end under homogen adfærd, samt
- at der under heterogen adfærd er stor forskel på den maksimale forventede profit på de to segmenter, og at den gennemsnitlige maksimale forventede profit er 59% større under heterogen adfærd end under homogen adfærd.
  Dette svarer til, at virksomheden opnår en total forventet merprofit på hele 119 millioner kroner pr. år, hvis den differentierer sin salgsindsats mellem de to segmenter.

En endnu bedre situation opstår, hvis virksomheden er i stand til at gennemføre prisdifferentiering, således at den kan fastsætte forskellig pris for mærke A på de to segmenter.
Resultatet af denne situation fremgår af tabel 8.

Tabel 8: To segmenter med heterogen adfærd og forskellig pris

Parameter	Segment 1	Segment 2	Gennemsnit
Segmentandel	**½**	**½**	**----**
X	**15.00**	**5.00**	**10.00**
β_0	**3.50**	**1.50**	**2.50**
β_1	**-0.09**	**-0.15**	**-0.12**
σ_0	**0.00**	**0.00**	**1.00**
σ_1	**0.00**	**0.00**	**0.03**
p_1	**38.07**	**22.66**	**30.37**
$\theta(p_1)$	**0.52**	**0.13**	**0.32**
$f(p_1)$	**11.96**	**1.00**	**6.48**

Ved sammenligning af tabellerne 7 og 8 fremgår det,

- at der på segment 1 er meget lille forskel på den optimale pris, den optimale købssandsynlighed og især på den maksimale forventede profit, når virksomheden fastsætter hhv. den samme pris og forskellig pris på de to segmenter,
- at der på segment 2 er væsentlig større forskel på den optimale pris, den optimale købssandsynlighed og den maksimale forventede profit, når virksomheden fastsætter hhv. den samme pris og forskellig pris på de to segmenter, samt
- at den gennemsnitlige maksimale forventede profit for de to segmenter under ét er 5% større, når virksomheden har mulighed for at gennemføre prisdifferentiering, end hvis denne mulighed ikke foreligger.

Ovenstående analyse er af forenklingsmæssige grunde kun gennemført for to segmenter, men det er klart, at tankegangen bag segmenteringen kan udvides til at omfatte (principielt uendelig) mange segmenter, hvorved vi får den i artiklen behandlede model med (fuld) heterogen forbrugeradfærd.

I denne model opnås resultater, der svarer til eksemplet i afsnit 5, hvis virksomheden (som hidtil antaget) fastsætter samme pris for mærke A på hele markedet.

I den teoretiske idealsituation, hvor virksomheden har mulighed for at gennemføre fuldkommen prisdifferentiering ved at fastsætte en individuel pris for mærke A over for hver eneste af markedets forbrugere, opnås der naturligvis en endnu højere profit end i den i eksemplet i afsnit 5 betragtede model for heterogen forbrugeradfærd. Selv om denne idealsituation formodentlig er umulig at realisere i praksis, vil vi alligevel nævne,

- at den gennemsnitlige optimale pris bliver 30.72 kr.,
- at den gennemsnitlige optimale købssandsynlighed bliver 0.32, og
- at den gennemsnitlige maksimale forventede profit (ved et enkelt køb af produktkategorien) bliver 6.76 kr.

Det bemærkes, at disse uopnåelige resultater ligger tæt på de (evt.) opnåelige resultater i tabel 8. Den teoretisk bedste løsning for virksomheden er da også at opdele sit marked i kun to segmenter med størst mulig salgsindsats på det ene segment og mindst mulig salgsindsats på det andet segment, hvorefter der (om muligt) gennemføres prisdifferentiering mellem de to segmenter.

Konklusionen på ovenstående analyse er altså, at virksomheden ofte selv vil have mulighed for at påvirke størrelsen af den oprindelige models 5 parametre $\beta_0, \beta_1, \sigma_0, \sigma_1$ *og* ρ gennem sin loyalitetspolitik – i eksemplet ved segmentering af forbrugerne mht. salgsindsatsen.

Som afslutning på gennemgangen af ovenstående konklusioner – der som nævnt i et vist omfang er baseret på eksempler - er det vigtigt at bemærke, at virksomheden i et konkret tilfælde i praksis altid kan (og altid bør) opnå mere detaljeret information - og dermed mere præcise konklusioner om den optimale pris, den optimale købssandsynlighed, den maksimale forventede profit og den optimale loyalitetspolitik for et givet mærke - ved at indsamle en stikprøve og estimere modellens parametre, fx således som det er beskrevet i Olsen (2003).

7. Konklusion

I denne artikel har vi betragtet to simple logitmodeller med kun én forklarende variabel for forbrugernes valg af et givet mærke A – nemlig prisen for det pågældende mærke.
I den ene af disse modeller udviser forbrugerne homogen adfærd mht. deres valg af mærke, medens forbrugerne i den anden model udviser heterogen adfærd.

For disse to modeller har vi endvidere bestemt den optimale pris, den optimale købssandsynlighed og den maksimale forventede profit – dels generelt, dels for et konkret eksempel.
For det valgte eksempel er konklusionen den, at der er betydelig forskel på den optimale pris, den optimale købssandsynlighed og den maksimale forventede profit i det tilfælde, hvor forbrugerne udviser homogen adfærd og i det tilfælde, hvor forbrugerne udviser heterogen adfærd. Således er den optimale pris størst, den optimale købssandsynlighed mindst og den maksimale forventede profit størst under heterogen forbrugeradfærd.

Endelig har vi i artiklen draget en række generelle konklusioner mht. spørgsmålet om, hvorledes virksomheden bør tilrettelægge sin loyalitetspolitik over for markedets forbrugere.
Konklusionen er her den, at virksomheden som hovedregel kan opnå en betydelig økonomisk gevinst ved at tilrettelægge sin loyalitetspolitik således, at forbrugerne udviser heterogen adfærd, dels mht. deres generelle loyalitet over for det betragtede mærke, dels mht. deres prisfølsomhed over for mærket. Artiklen demonstrerer, at dette ofte vil kunne opnås ved en segmentering af forbrugerne på markedet - fx i relation til virksomhedens salgsindsats.

Tak til Tue Tjur for mange interessante diskussioner af artiklens problemstilling.

Litteraturfortegnelse

Gary L. Lilien, Philip Kotler and K. Sridhar Moorthy (1992)
Marketing Models
Prentice-Hall International Editions
Englewood Cliffs, New Jersey

Jørgen Kai Olsen (2001)
En operationel model til måling af kundeloyalitet
Research Paper No 11
Institut for Afsætningsøkonomi, Handelshøjskolen i København

Jørgen Kai Olsen (2003 A)
En stokastisk model for total og partiel kundeloyalitet
Research Paper No 1
Institut for Afsætningsøkonomi, Handelshøjskolen i København

Jørgen Kai Olsen (2003 B)
Maksimum likelihood estimation af parametrene i logitmodellen
med stokastiske individparametre – Et simulationsstudie
Research Paper No 4
Institut for Afsætningsøkonomi, Handelshøjskolen i København

Tue Tjur (2003)
A warning concerning random effects and random coefficients
in logistic regression models for binary data
Preprint No 1
Department of Management Science and Statistics
Copenhagen Business School