



Bilag 3: forklarer metoden Data Envelopment Analysis (DEA) på grundskoleområdet

Bilag til rapporten ”Effektivisering i folkeskolen. Muligheder og metoder”.

Der er indenfor de seneste ca. 30 år i international sammenhæng gennemført talrige benchmarking-analyser med et produktionsøkonomisk udgangspunkt på uddannelsesområdet. Et bredt udsnit af disse analyser diskuteres eksempelvis i oversigtsartikler af Worthington (2001), Ruggiero (2004) og Johnes (2004).

Flertallet af de produktionsøkonomiske analyser på uddannelsesområdet er gennemført ved hjælp af DEA, men brug af SFA ("Stochastic Frontier Analysis") forekommer også. Analyserne anvender typisk skolerne eller skoledistrikterne som analyseenheder (DMU'er), men der er også eksempler på brug af uddannelsesdata på individniveau og på benchmarking af nationalstater.

Valg af modellernes inputs og outputs varierer meget, ikke mindst som følge af forskelle med hensyn til hvilke typer af data der har været til rådighed i de enkeltstående analysesituationer. På inputsiden medtages typisk antallet af - eller udgifter til - lærere. Derudover kan input fx omfatte indikatorer vedr. øvrige ansatte, antal computere, udgifter til bygninger, lærernes erfaring og uddannelsesniveau etc. Endelig medtager mange analyser data vedrørende elevernes socioøkonomiske baggrund som input, jf. diskussionen heraf nedenfor.

På output-siden kan analyserne groft sagt inddeles i to grupper. Et mindre antal analyser, som fx Banker m.fl. (2004), har et rent produktivitetsmæssigt udgangspunkt, og bruger antallet af elever på forskellige klassetrin som output. De fleste undersøgelser bruger dog test-scores eller eksamensresultater som output, ofte opdelt på forskellige fag. Endelig er der også et mindre antal analyser, der inddrager mere langsigtede resultater, så som elevernes senere uddannelse eller integration på arbejdsmarkedet.

Der er adskillige Nordiske eksempler på anvendelse af DEA på skoleområdet. I 1990'erne er der således publiceret artikler om DEA-undersøgelser af norske (Bonesrønning og Rattsø, 1994), svenske (Waldo, 2007b) og finske gymnasieskoler (Kirjavainen og Loikkanen, 1998). En række nyere undersøgelser analyserer grundskolerne.

Borge og Naper (2006) anvender DEA til at benchmarke de norske kommuners effektivitet på ungdomsskoleområdet (i Norge er grundskole typisk opdelt i "barnskoler" (1.-7. klassetrin) og ungdomsskoler (8.-10. klasse-

trin)). De anvender kommunerne som analyseenheder, og data er taget som gennemsnit af 2. skoleår (2001/02 og 03/04).

Som inputs anvender den norske undersøgelse antallet af lærertimer fra henholdsvis certificerede og ikke-certificerede lærere (gennemsnit over to skoleår). Som output anvendes afgangskaraktererne (10. klasse) i norsk, engelsk og matematik. Desuden opererer Borge og Naper med to udvidede modeller, hvor også et gennemsnit af afgangskaraktererne i de øvrige fag samt karakteren opnået ved den afsluttende nationale skriftlige eksamen (i enten norsk, engelsk eller matematik) er medtaget. Alle karaktererne er på forhånd korrigeret for forskelle i elevsammensætning (dvs. socioøkonomiske faktorer).

Samlet set identificerer den norske undersøgelse et effektiviseringspotentiale på 14 pct. I modsætning til amerikanske undersøgelser, der har identificeret effektive skoler som kendetegnet ved både højt ressourceforbrug og høje karaktergennemsnit (og dermed indikerer, at et relativt højt ressourceforbrug betaler sig), finder Borge og Naper, at de mest effektive norske kommuner har et højt karaktergennemsnit, men et lavt ressourceforbrug. For gruppen af store kommuner gælder dog, at de effektive kommuner ikke skiller sig ud ved at have højere karaktergennemsnit.

Borge og Naper undersøger desuden ved Tobit-regression effekten af en række øvrige variable, og konkluderer blandt andet, at kommuner med høje skatteindtægter og/eller et socialistisk flertal har relativt lavere effektivitet på skoleområdet.

Naper (2011) har foretaget en ny undersøgelse ved brug af samme metode, men dog her også med skolerne (653 udvalgte norske skoler) som analyseenhed og vedrørende senere skoleår. I denne undersøgelse påpeges, at decentralisering af kompetencen til at ansætte lærere synes at have en positiv effekt på skolernes effektivitet.

Staffan Waldo har foretaget flere undersøgelser ved brug af DEA på de svenske grundskoler (Waldo, 2006a; 2006b; 2007a). Disse analyser udmærker sig blandt andet ved at afprøve et større antal modelvariationer. I en undersøgelse (Waldo, 2006a) afprøves således tre forskellige modeller for korrektion for elevsammensætning (mere herom nedenfor), ligesom undersøgelserne har en forholdsvis stor variation med hensyn til brug af

inputs og outputs. Som inputs anvendes således henholdsvis lærerårsværk og samlede udgifter, mens udgifter til undervisningsmaterialer er udtaget som særskilt input i én af analyserne. Som outputs inkluderer Waldo, foruden karakterer, andelen af elever, der består alle fag, samt andelen af elever, der fortsætter i uddannelsessystemet. Han argumenterer i den forbindelse for, at disse data angiver, hvor godt skolen har taget sig af de elever, som har haft svært ved at bestå, samt har motiveret eleverne til fortsat uddannelse.

Selv om de svenske analyser i nogle sammenhænge angives at vedrøre "secondary school", dvs. 7.-9. klasse, giver foreliggende data ikke mulighed for at opdele lærer- eller materialeforbruget i forhold hertil, så inputs vedrører dermed hele grundskolen.

De svenske undersøgelser finder, at skolernes gennemsnitlige effektivitet er mellem 0,88 og 0,92. Det primære fokus for Waldo er ved hjælp af efterfølgende Tobit-regression at undersøge, hvilke faktorer der kan forklare de fundne forskelle i kommunernes effektivitet på grundskoleområdet. Han konkluderer, at omfanget af konkurrence fra private skoler ikke synes at have nogen indvirkning på effektiviteten. Derimod synes kommuner med et socialdemokratisk styre og mange ældre borgere at have en lav effektivitet. Desuden peger undersøgelsen på, at en høj andel af undervisere uden formel læreruddannelse øger skolernes effektivitet.

Skandinaviske DEA-undersøgelser på grundskoleområdet					
Publikation	Analyseenhed	Inputs	Outputs	Korrektion for forskelle i elevsammensætning	Øvrigt
Borge og Naper (2006)	Norske kommuner (426) i skoleårene 2001/02 og 02/03	1) Antal lærertimer (certificerede lærere) 2) Antal lærertimer (ikke-certificerede lærere)	1) Afsluttende standpunktskarakter i norsk 2) Afsluttende standpunktskarakter i matematik 3) Afsluttende standpunktskarakter i engelsk 4) Gennemsnit af karakterer i øvrige fag 5) Karakter i skriftlig national eksamen	Beregnes ved regression ud fra individdata. De anvendte karakterer er residualer + gennemsnit. Følgende faktorer er medtaget: 1) Indvandrere 2) Køn 3) Adopterede 4) Forældres uddannelsesniveau 5) Elevens fødselstidspunkt 6) Om forældrene er gift og/eller bor sammen 7) Forældrenes indkomst 8) Modtagere af specialundervisning	Input-baseret BCC-model (VRS) Bootstrapping Jackknifing
Naper (2010)	Udvalgte norske kommuner (250) og skoler (653) i skoleårene 02/03 og 03/04	Antal lærertimer i 10. klasse	1) Afsluttende standpunktskarakter i norsk 2) Afsluttende standpunktskarakter i matematik 3) Afsluttende standpunktskarakter i engelsk	Som ovenfor	Input-baseret BCC-model (VRS)
Waldo (2006a)	Svenske bykommuner (105) i skoleåret 2001/02	Samlede skoleudgifter minus udgifter til bygninger og transport	1) Gennemsnit af afsluttende eksamenskarakterer 2) Elever, der består alle fag til afsluttende eksamen	Model 1: Ingen korrektion Model 2: Korrektion jf. Banker og Morey-modellen Model 3: Korrektion jf. Ruggiero-modellen Model 4: Ex ante-korrektion af outputs ved residualer fra regression (data på kommuneniveau). Der korrigeres for forældrenes uddannelsesniveau og oprindelse	Input-baseret BCC-model (VRS)
Waldo (2006b)	Svenske bykommuner (105) i skoleårene fra 98/99 til 01/02	Model 1: Samlede skoleudgifter minus udgifter til bygninger og transport Model 2: Antal lærerårsværk	1) Gennemsnit af afsluttende eksamenskarakterer 2) Elever, der består alle fag til afsluttende eksamen	Ex ante-korrektion af outputs ved residualer fra regression (data på kommuneniveau). Der korrigeres for forældrenes uddannelsesniveau og oprindelse	Input-baseret BCC-model (VRS) Malmquist-indeks
Waldo (2007a)	Svenske kommuner (287)	1) Antal lærerårsværk 2) Udgifter til undervisningsmaterialer	1) Gennemsnit af afsluttende eksamenskarakterer 3) Elever, der består alle fag til afsluttende eksamen 4) Elever, der fortsætter i en ungdomsuddannelse	To modeller: 1) hvor output på forhånd er korrigeret for socioøkonomiske faktorer; og 2) hvor socioøkonomiske faktorer i stedet indgår som input (Banker og Morey-modellen). Der korrigeres for: 1) Køn 2) Forældrenes uddannelsesniveau 3) Forældrenes oprindelse	Input-baseret BCC-model (VRS) Jackknifing

Da det datagrundlag, der er tilgængeligt vedrørende de norske og svenske skoler, langt hen ad vejen er sammenligneligt med det, der er tilgængeligt i Danmark, er de nævnte analyser naturligvis en oplagt inspirationskilde for en dansk DEA af folkeskolerne. I tilgift til de specifikt skandinaviske erfaringer er der dog i den internationale litteratur også nogle generelle metodiske diskussioner, som det er vigtigt at være opmærksom på. Mest fremtrædende er diskussionen vedrørende korrektion for forskelle i elevsammensætning, som kort skitseres i det følgende.

Korrektion for forskelle i elevsammensætning (socioøkonomiske faktorer)

Der er blandt forskere generelt stor enighed om, at socioøkonomiske faktorer, der er uden for den enkelte skoles kontrol, har afgørende indflydelse på de resultater skolen opnår. Elevernes eksamens- og testresultater vil statistisk korrelere med fx forældrenes indkomst- og uddannelsesniveau samt etniske oprindelse. Et tilbagevendende problem i forbindelse med DEA-undersøgelser af skoler er derfor, hvordan man bedst korrigerer for disse forhold.

I det følgende betragtes en DEA model, som specificeret af Banker, Charnes og Cooper (1984). Den refereres ofte til som "Variable Scales to Return" (VRS)-modellen, men denne betegnelse er egentlig misvisende, da den under nogle omstændigheder forudsætter antagelse om konstant skalaafkast (Hollingsworth og Smith, 2003). Den omtales derfor her som BCC-modellen.

Analysen vedrører n skoler, der hver især transformerer M inputs $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_M)$ til S outputs $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_S)$. Den input-baserede Farrell-effektivitet E_i for skole i kan da, jf. BCC-modellen, findes som:

$$\min_{E_i, \lambda_1, \dots, \lambda_n} E_i$$

Under betingelserne:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{sj} \geq y_{si} \quad s = 1, \dots, S$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{mj} \leq E_i x_{mi} \quad m = 1, \dots, M$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

De socioøkonomiske faktorer kommer ind i modellen som R omgivelsesvariable $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_R)$, som er ikke-diskretionære i den forstand, at skolen ikke har mulighed for at påvirke dem. Det antages, at de hver især er konstrueret således, at en højere værdi på variabelen svarer til relativt mere favorable betingelser. Det er klart, at vi ikke blot kan tilføje disse ikke-diskretionære omgivelsesvariable som almindelige input i modellen ovenfor, idet modellen netop bygger på en antagelse om, at skolen potentielt kan reducere alle input.

En ofte anvendt generel model for korrektion i forhold til sådanne omgivelsesvariable er foreslået af Banker og Morey (1986), herefter kaldet BM-modellen. De har foreslået, at vi knytter en ekstra betingelse til BCC-modellen, nemlig:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{rj} \leq z_{ri} \quad r = 1, \dots, R$$

Den intuitive ide med denne tilføjelse er, at det hermed kræves, at skole i har samme eller højere værdi (er stillet på samme niveau eller bedre) på omgivelsesvariablen i forhold til den (evt. fiktive) reference-skole, som er placeret på produktionsmulighedskurven.

Som anskueliggjort af Olesen og Petersen (2009) lider BM-modellen af den svaghed, at den ikke tager højde for størrelsesforskelle på de analyserede enheder. De nævner som eksempel, at vi kan forestille os en situation med en meget stor skole, A , der opererer i meget favorable omgivelser, Z_A , og en meget lille skole, C , der opererer i meget ufavorable omgivelser, Z_C . Hvis en tredje skole, B , opererer i omgivelser karakteriseret ved $Z_B = \frac{1}{2}(Z_A + Z_C)$, så tillader BM-modellen, at den virtuelle kombination $\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}C$ dominerer B , idet denne virtuelle kombination per definition opererer i omgivelser, der svarer til Z_B . Problemet er, at når A er meget større end C , så er den virtuelle dominerende enhed næsten identisk med A , der altså producerer i meget favorable omgivelser, og derfor måske ikke bør sammenlignes med B , der fungerer i middel omgivelser.

Utilfredshed med BM-modellen fik Ruggiero (1996) til at foreslå, at Banker og Moreys tilføjelse erstattes med følgende betingelse:

$$\lambda_j = 0 \quad \text{hvis } z_{rj} > z_{ri} \quad r = 1, \dots, R$$

Denne model, herefter R1-modellen, undgår ovennævnte problem ved at udelukke enhver skole med relativt mere favorable omgivelser i at indgå som (del af) reference-skole. Men som illustreret ved flere undersøgelser og simuleringer (Ruggiero 1998, Muniz m.fl. 2006; Waldo, 2006a; Olesen og Petersen, 2009), så er R1-modellen, særligt når der er flere omgivelsesvariable, særdeles konservativ. Mange skoler vil ved anvendelse af R1-modellen komme til at se effektive ud, alene fordi de har en lav score på en af omgivelsesvariablene¹.

Et tredje alternativ er den to-trins-model, som oprindeligt blev foreslået af Ray (1991) i forbindelse med dennes undersøgelse af gymnasieskoler i Connecticut. Første trin i modellen er kørsel af DEA uden omgivelsesvariable (dvs. fx rå karakterer uden hensyntagen til forskelle i elevsammensætning). I næste trin foretages imidlertid en Tobit-regression² af den beregnede effektivitet, $E_{r\hat{a}}$, ud fra omgivelsesvariablene, så:

$$E_{r\hat{a}} = \alpha + \beta_1 Z_1 + \dots + \beta_R Z_R + \varepsilon$$

På baggrund af denne bestemmelse af effekten af omgivelsesvariablene angav Ray den korrigerede effektivitet ved residualerne, således at:

$$E_{Ray} = E_{r\hat{a}} - \alpha + \beta_1 Z_1 - \dots - \beta_R Z_R$$

Også Rays to-trins-model lider af en række svagheder. Modellen tillader således ikke umiddelbart undersøgelse af fx skalaeffekter. Hvis omgivelsesvariablene korrelerer med effektiviteten får vi endvidere et problem med endogenitet. Desuden kan usikkerhed i forbindelse med omgivelsesjusteringerne få os til at overestimere ineffektivitet. Barnum og Gleason (2008) påviser ved simuleringer, at Rays model i tilfælde af korrelation mellem diskretionære og ikke-diskretionære inputs giver høj grad af bias.

Ruggiero (1998) har foreslået en alternativ tre-trins-model (R3-modellen). Denne består ligeledes af kørsel af DEA uden omgivelsesvariable efterfulgt af regression af omgivelsesvariablene på den beregnede effektivitet. Men i stedet for at beregne den korrigerede effektivitet ud

¹ Olesen og Petersen (2009) foreslår en mellemvej mellem BM-modellen og R1-modellen, hvor omgivelsesvariablene i betingelsen vægtes ud fra enhedernes størrelse.

² Ray (1991) brugte OLS, men senere anvendelser af modellen er mere korrekt - baseret på Tobit-regression.

fra residualerne, foreslår Ruggiero, at vi bruger de beregnede beta-koefficienter til at konstruere et indeks for omgivelsernes ”hårdhed”:

$$z_i = \sum_{r=1}^R \beta_r z_{ri}$$

Herefter kan vi køre en ny DEA (BCC), hvor det medtages som betingelse for sammenligning, at referenceskolerne ikke er stillet bedre på det generelle omgivelserindeks:

$$\lambda_j = 0 \quad \text{hvis } z_j > z_i$$

R3-modellen har - sammenlignet med alternative modeller - klaret sig godt i en række simuleringstests (Ruggiero, 2004; Muniz m.fl., 2006). Som påpeget af fx Cordero-Ferrera m.fl. (2008), så kan såvel R3-modellen som Rays model siges at være baseret på den implicite fejlslutning, at hvis output er afhængigt af ukontrollable inputs, så vil der være en signifikant sammenhæng mellem disse faktorer og effektiviteten. Dette er imidlertid langt fra sikkert, idet effektiviteten typisk påvirkes af mange faktorer.

En simpel løsning med henblik på at undgå den bias, der er forbundet med de konventionelle multi-trin-modeller, er, som foreslået af bl.a. Barnum og Gleason (2008), at vende den konventionelle model på hovedet, således at regressionen af omgivelservariable på output foretages før DEA kørslen, efterfølgende foretages med de justerede output. Dette er de facto, hvad man har gjort i de skandinaviske analyser, refereret ovenfor. De norske undersøgelser er endvidere kendetegnet ved at udnytte information på individniveau. Der foretages for hvert output regression af følgende type:

$$m_{sij} = \alpha_s + \beta_{s1}z_1 + \dots + \beta_{sR}z_R + \varepsilon, s = 1, \dots, S$$

Hvor m_{sij} er karakteren i fag s i for elev i i skole j . De justerede output beregnes da for alle J skoler som summen af residualerne for skolens n_j elever plus en konstant (ρ), der sikrer, at alle justerede output er positive:

$$y_{sj} = \rho + \sum_{i=1}^{n_j} m_{sij} - \alpha_s - \beta_{s1}z_1 - \dots - \beta_{sR}z_R, s = 1, \dots, S; j = 1, \dots, J$$

Herefter køres DEA med disse justerede output.

Den skitserede løsning er ikke helt ukontroversiel. Det er således bemærkelsesværdigt, at både Borge og Naper (2006) samt Waldo (2007a) refererer til studier af Grosskopf m.fl. (1999, 2001) som den væsentlige inspirationskilde, men selvom Grosskopf og co. ganske vist bruger justerede eksamenskarakterer som output, så fastholder de konsekvent samtidig socioøkonomiske variable som selvstændige input til DEA-modellen. Argumentet herfor er, at de socioøkonomiske karakteristika, på trods af justeringen, kan have selvstændig indflydelse på skolens produktions- teknologiske muligheder (Grosskopf m.fl., 2009: 79).

Med andre ord forudsætter metoden, at vi tror på, at de justerede karakterer muliggør relevant sammenligning af alle skoler på trods af, at de fungerer i meget forskellige omgivelser. Alternativt kan man overveje en variant af R3-modellen, hvor regressionen vedrørende individuelle karakterer bruges til at konstruere et omgivelsesindeks for skolerne. Dette kan derefter bruges i en DEA kørsel (med ukorrigerede karakterer som output), hvor sammenligningen begrænses til skoler, der ikke er bedre stillet på omgivelsesvariablen.

Konklusion

Gennemgangen har illustreret, at der er solid international erfaring med DEA på skoleområdet, herunder at der er foretaget grundige analyser på skandinaviske skoler, hvor der er anvendt et datamateriale, der har betydelige ligheder med det, der er tilgængeligt vedrørende danske skoler.

Den fremherskende metodiske diskussion i forbindelse med skoleområdet er centreret omkring, hvordan man bedst tager højde for forskelle i skolernes elevsammensætning. Der har på dette felt været en væsentlig forskningsmæssig indsats, der har resulteret i øget viden om tidligere anvendte metoders begrænsninger samt i udviklingen af mere sofistikerede metoder. Der er, som det fremgår, ikke konsensus vedrørende én metodes overlegenhed, men på baggrund af ovenstående diskussion vurderes metoden, der bruger undervisningseffekt (justerede karakterer) som output, som den mest velegnede på den danske case. Samtidig kan der dog, da de socioøkonomiske karakteristika, på trods af justeringen, kan have selvstændig indflydelse på skolens produktionsteknologiske

muligheder, være grund til at anvende yderligere restriktioner på sammenligningerne i modellen.

Litteratur

Banker, R.D., Charnes A. og Copper W.W. (1984). "Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis", *Management Science*, vol. 30, pp. 1078-92.

Banker, Rajiv D., Janakiraman, S. og Natarajan, R. (2004). "Analysis of trends in technical and allocative efficiency: An application to Texas public school districts", *European Journal of Operational Research*, vol. 154, pp. 477-91.

Banker, R.D. og R.C. Morey (1986). "Efficiency analysis for exogenously fixed inputs and outputs", *Operations Research*, vol. 34, pp. 513-21.

Barnum, D.T. og Gleason, J.M. (2008). "Bias and precision in the DEA two-stage method", *Applied Economics*, vol. 40, pp. 2305-11.

Bogetoft, P. og Otto, L. (2011). *Benchmarking with DEA, SFA, and R*. Springer

Borge, L. og Naper, L. (2006). "Efficiency Potential and Efficiency in Norwegian Lower Secondary Schools", *FinanzArchiv*, vol. 62, pp. 221-49.

Bonesrønning, H. og Rattsø, J. (1994). "Efficiency Variation Among the Norwegian High Schools: Consequences of Equalization Policy", *Economics of Education Review*, vol. 13, pp. 289-304.

Cordero-Ferrera, J.M., Pedraja-Chaparro, F. og Salinas-Jiménez, J. (2008). "Measuring efficiency in education: an analysis of different approaches for incorporating non-discretionary inputs", *Applied Economics*, vol. 40, pp. 1323-49.

Grosskopf, S., Hayes, K., Taylor, L.L. og Weber, W.L. (1999). "Anticipating the Consequences of School Reform: A New Use of DEA"; *Management Science*, vol. 45, pp. 608-20.

Grosskopf, S., Hayes, K., Taylor, L.L. og Weber, W.L. (2001). "On the Determinants of School District Efficiency: Competition and Monitoring", *Journal of Urban Economics*, vol. 49, pp. 453-78.

- Grosskopf, S., Hayes, K. og Taylor, L.L. (2009). "The Relative Efficiency of Charter Schools", Annals of Public and Cooperative Economics, vol. 80, pp. 67-87.
- Hollingsworth, B. og Smith, P. (2003) 'Use of ratios in data envelopment analysis', Applied Economics Letters, vol. 10, pp. 733 – 735
- Johnes J. (2004). "Efficiency measurement", in International Handbook on the Economics of Education, (red.) Johnes G and Johnes J, Edward Elgar, Cheltenham.
- Kirjavainen, T. og H. Loikkanen (1998). "Efficiency differences of Finnish senior secondary schools: an application of data envelopment analysis and Tobit analysis", Economics of Education Review, vol. 17, pp. 377-94.
- Muniz, M., Paradi, J., Ruggiero, J. og Yang, Z. (2006). "Evaluating DEA models used to control for non-discretionary inputs", Computers og Operations Research, vol. 33, pp. 1173-83.
- Naper, L. R. (2011). "Teacher Hiring Practices and Educational Efficiency", Economics of Education Review.
- Olesen, O.B. and N.C. Petersen (2009). "Target and technical efficiency in DEA: controlling for environmental characteristics", Journal of Productivity Analysis, vol. 32, pp. 27-40.
- Ray, S. (1991). "Resource-Use Efficiency in Public Schools: A Study of Connecticut data", Management Science, vol. 37, pp. 1620-28.
- Ruggiero, J. (1996) "On the measurement of technical efficiency in the public sector", European Journal of Operational Research, pp. 553-565
- Ruggiero, J. (1998). "Non-discretionary inputs in data envelopment analysis", European Journal of Operational Research, vol. 111, pp. 461-69.
- Ruggiero, J. (2004). "Performance Evaluation in Education: modeling Educational Production", I William W. Cooper m.fl. (red.): Handbook on Data Envelopment Analysis. Hingham, MA, USA: Kluwer Academic Publishers, pp. 323-48.
- Waldo, S. (2006a). "Competition and Public School Efficiency in Sweden - An Empirical Evaluation of Second Stage Regression Results for Different Models of Nondiscretionary Inputs in Data Envelopment Analysis (DEA)", Lund University, Department of Economics in its series Working Papers with number 2006:7

- Waldo, S. (2006b). "School Vouchers and Public School Productivity - The Case of the Swedish Large Scale Voucher Program", Lund University, Department of Economics in its series Working Papers with number 2006:8
- Waldo, S. (2007a). "Efficiency in Swedish Public Education: Competition and Voter Monitoring", Education Economics, Vol. 15, pp. 231-51.
- Waldo, S. (2007b). "On the use of student data in efficiency analysis— Technical efficiency in Swedish upper secondary school", Economics of Education Review, vol. 26, pp. 173-85.
- Worthington, A.C. (2001). "An Empirical Survey of Frontier Efficiency Measurement Techniques in Education", Education Economics, vol. 9, pp. 245-68.